

Игровият  
метод в  
обучението  
по математика  
за формиране  
на  
математическа  
грамотност у  
учениците в  
начален етап

---

Практически семинар

---

Лектор: доц. д-р Тони Чехларова

---

Европейският парламент и Съветът на Европейския съюз приеха през 2006 г. Препоръки относно ключовите компетентности, необходими за удовлетворителна личностна и социална реализация. В този документ са обособени следните осем ключови компетентности:

1. Комуникация на роден език
2. Комуникация на чужди езици
3. Математическа компетентност и основни компетентности в областта на природните науки и технологиите
4. Дигитална компетентност
5. Умение за самостоятелно учене
6. Социални и граждански компетентности
7. Усет за инициатива и предприемачество
8. Усет за (и подобаващо отношение към) културата и към изявяването [19]

Формирането на тези компетентности е продължителен процес. Той обхваща целия съзнателен живот, но училищното образование има основополагаща роля в него чрез разнообразни образователни и възпитателни въздействия във всички учебни предмети, както и в цялостния процес на учене.

За използване на игровия метод в обучението по математика в началното училище има натрупан практически опит, както и теоретични разработки. Тук ще поставим акцент върху:

- внедряване на изследователския подход в началното математическо образование чрез игровия метод
- създаване на условия за усещане на радост от ученето и удовлетвореност от постиженията, активно участие на ученика в учебния процес, развитие на качества на мисленето и въображението чрез игровия метод
- съчетаването на класически и иновационни средства, базирани на педагогически модели и дигитални технологии (включително на специализиран динамичен образователен софтуер).

Всяка една от предложените теми (задачи, игри, идеи) може да се развива в различни посоки и с различни средства. Ресурсите можете да намерите във **Виртуалният училищен кабинет по математика**, разработван в Института по математика и информатика – БАН.

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/>

Голяма част от динамичните файлове във *Виртуалния училищен кабинет по математика* са разработени със софтуер *Geogebra*. Може да се инсталира последна версия на *Geogebra* (към днешна дата не е с превод на български език), която да се изтегли от [www.geogebra.org/cms/bg/download/](http://www.geogebra.org/cms/bg/download/), или преведена на български език версия, например <http://code.google.com/p/geogebra/downloads/detail?name=GeoGebra-Windows-Installer-4-0-41-0.msi>.

Предоставените файлове могат да се ползват on-line или да се изтеглят. Търсенето може да се осъществява по разделите вляво или по ключова дума или част от дума.

За да работите on-line, трябва да имате инсталирана Java (версия, която съответства на операционната система на Вашия компютър).

## 1. Допълни до ...

„Допълни до 10“ е класическа игра за устно смятане. Виртуалният вариант може да се използва за индивидуална или групова игра, както и да се разшири:

Вариант 1. Допълни до 20.

Вариант 2. Допълни до 100.

Вариант 3. Допълни до квадрат.

Вариант 4. Допълни до правоъгълник с обиколка 18.

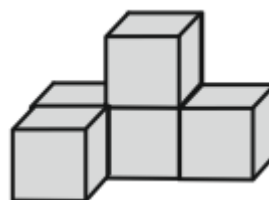
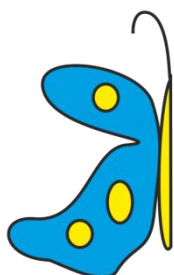
Вариант 5. Допълни до правоъгълник с лице 18.

Вариант 6. Допълни до правоъгълен триъгълник.

Вариант 7. Допълни до равнобедрен триъгълник.

Вариант 8. Допълни до получаване на симетрична фигура.

Вариант 9. Допълни до получаване на симетрично тяло.



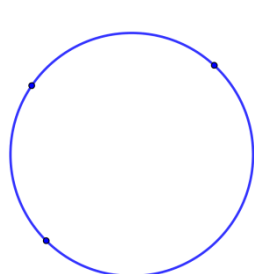
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d10050.html>

## 2. Провери и развий окомера си

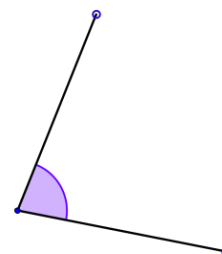
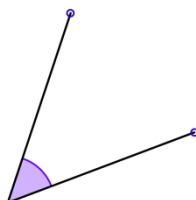
Премествай лъчите чрез точките така, че мярката на ъгъла да е  $95^\circ$

ЪГЪЛ

отговор



$51^\circ$



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d12090.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d12090.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d12059.html>

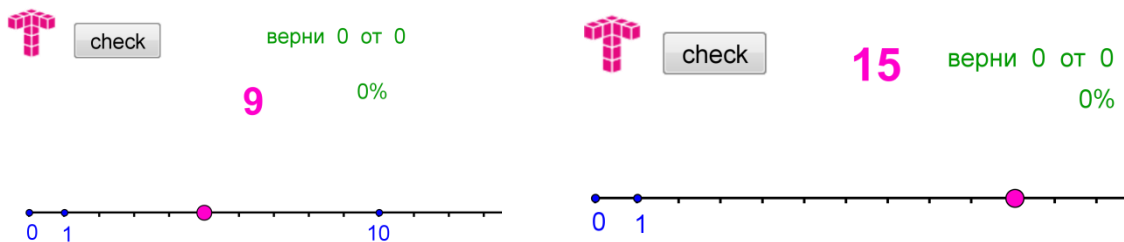
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d12059.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d12060.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d12060.ggb>

Задачите могат да се използват за самопроверка и развитие на окомера. Подходящо е обаче да се организира състезание, като всеки от отборите задава конкретните стойности (позиции) на другия отбор. Така учениците стават и съставители на задачи. Още примери за окомери можете да намерите в [10].

### 3. Върху числовия лъч

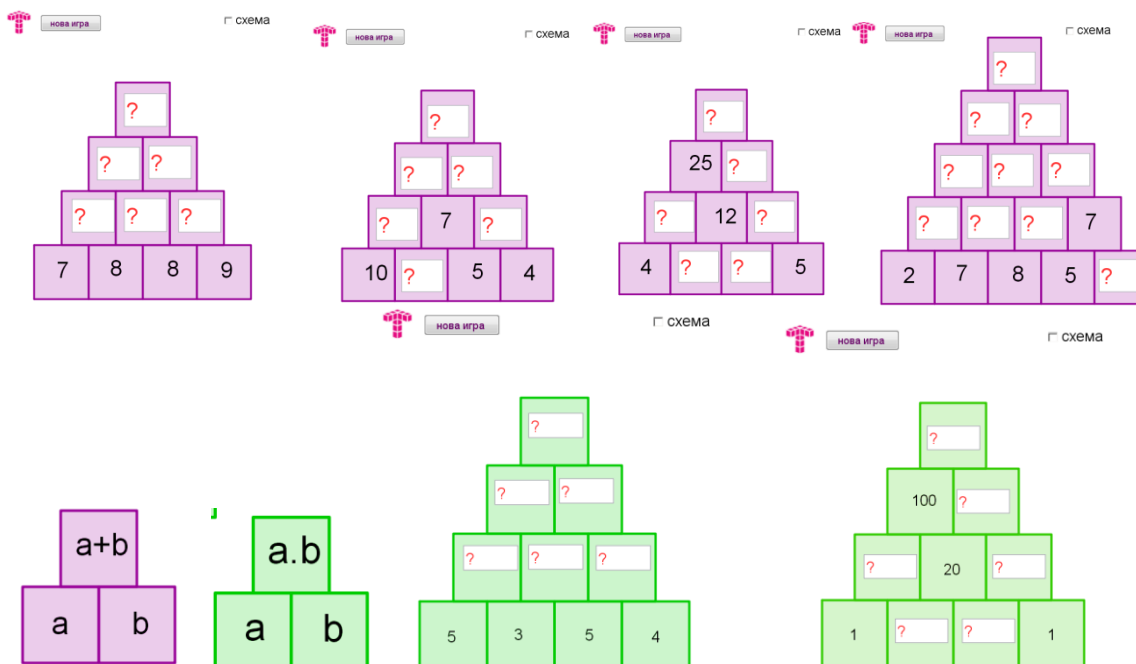


<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/t11103.html>  
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/t11104.html>

Въпреки че по математика числов лъч се въвежда в 5 клас по сега действащата програма, реално той се използва от учениците от началното училище (например по история). Аналогични динамични файлове има и за сравняване на числа.

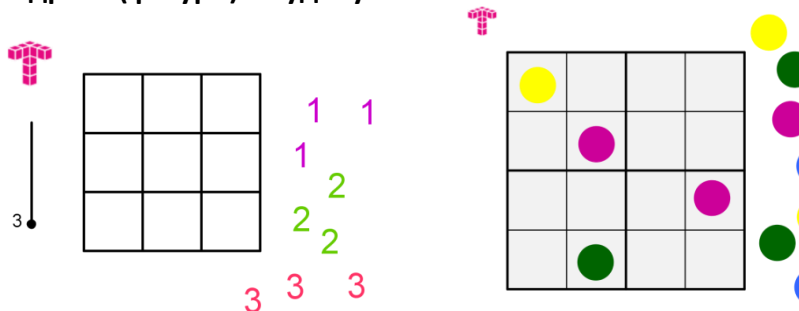
### 4. Числови верижки, триъгълници (пирамиди), спирали, кръгове

Широко използвани са върху хартиен носител. Във виртуалните варианти автоматично се генерират конкретните числа. Може да се отчита време или брой попълнени схеми за фиксирано време.



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d11201.html>  
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d11202.html>  
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d11209.html>  
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d11216.html>

### 5. Вълшебни квадрати (фигури) и sudoku



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d24001.html>

### 6. Кодирание с геометрични преобразувания (и декодиране)



РННОМДБХ

ВЛДЛОДЛРЯ

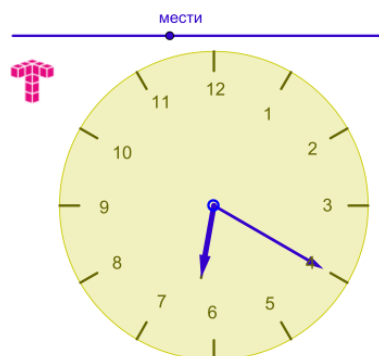
БХНТБМЭТБМ

ХГВМОННЯ

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23090.html>

### 7. Часовници и видове ъгли

Какъв е видът на ъгъла между часовата и минутната стрелка в 7 ч 20 мин?



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d13020.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d13020.ggb>

Може да се решава устно или писмено, без нагледна подкрепа или с подкрепа. За подкрепа може да се ползва часовник, непоказващ разглежданото време; часовник, показващ разглежданото време. Тук сме предложили динамичен часовник, позволяващ проверки с различни средства – например с използване на ъгъл. Още задачи с ъгри и часовници има в [10].

## 8. Опиши и конструирай

Играят  $k$  отбора ( $k > 1$ ). Всеки отбор се състои от двама играчи, между които има преграда, ограничаваща видимостта на работното поле. Пред първия играч има поставена конструкция от  $n$  кубчета. Той описва с думи дадената конструкция, а втория играч я построява. Победител е отборът, който първи извърши построението.

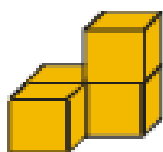
Вариант 2:

1 играч. Описва писмено с думи дадената конструкция и предава описанието на втория играч.

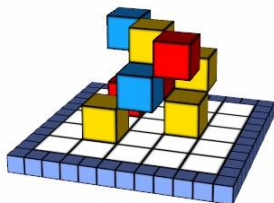
2 играч. Построява конструкция по направеното описание.

Победител е отборът, на който е конструкцията е най-близка до дадената. При еднаква отдалеченост на решенията се отчита времето – победител е отборът, приключил по-рано.

Вариант 3: Могат да се използват и модули от кубчета при конструирането.



Може да се използва виртуален конструктор, например Cubix editor. С него могат да се построят композиции, на които кубче може да има само обща стена или общ връх с друго кубче от композицията, както и да няма обща точка.



## 9. Задай въпрос и отговори на въпрос

Играят два отбора с равен брой играчи. Всеки отбор разполага с една и съща снимка (картина). Всеки отбор:

1) Задава въпрос на другия отбор, свързан със ситуацията на снимката.

2) Дава отговор на въпроса, който му е поставен от другия отбор.

Отборите разполагат с предварително фиксирано време за обмисляне на въпроса и предварително фиксирано време за посочване на отговор.



Препоръчваме точкуване на резултатите и няколкократно провеждане на играта с натрупване на точки.

## 9. Скрабъл „Математика“

Препоръчваме организиране на турнир по скрабъл „Математика“.

## 10. Математически етюд

Представи с тялото си квадрат (окръжност, триъгълник).

Вариант 2: Представи квадрат с тялото си и избран от теб уред.

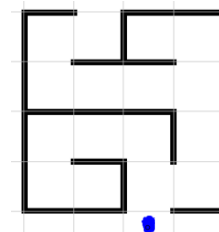
Вариант 3: Представи квадрат екипно с телата си.

Подходящо е като помощ или за анализ да се подготвят съответни динамични конструкции.



## 11. Лабиринти

В задачите с виртуални лабиринти използваме молив или точка, оставяща следа. Подходящо е да се „изиграе“ решението с команди, в стил Лого (напред, ляво, дясно).



## 12. Домино и естествени числа

Доминото може да се използва като модел на естествено число. Виж и плочката от домино като модел на дробно число на адрес

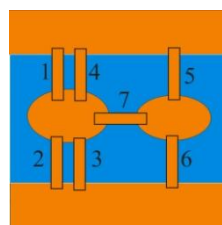
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d14063.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d14063.ggb>

Задачите с домино са за съответствия, действия с естествени числа, разкриване на закономерности.

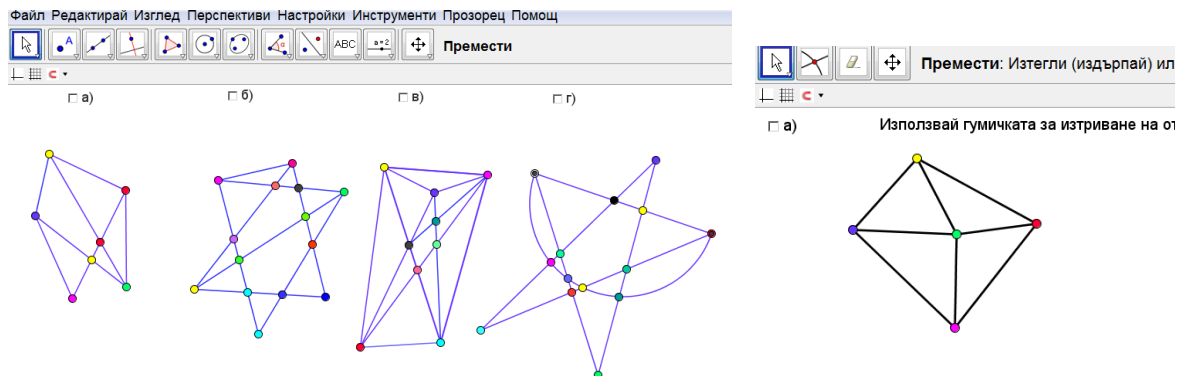
## 13. С един замах

За възпроизвеждане на историята с Ойлер може да се:



- нарисова схемата на мостовете върху под, например с тебешир или изработи ламиниран модел за многократно използване

- използва на стенен модел (табло, нарисувана схема върху дъска, проектиране на картина върху стена)
- използва на динамичен модел.



#### 14. Картинен пъзел

Картината може да е свързана с математически обект, а всъщност елементите, които трябва да се сглобят, е подходящо да са с форма на изучени фигури.

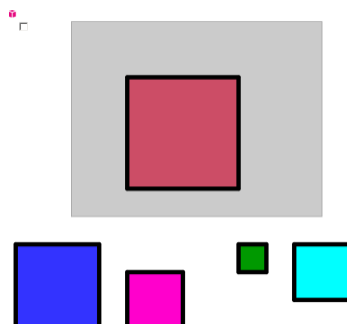


<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23100.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d230100.ggb>

#### 15. Покриване с квадрати

Виртуалното решаване подпомага изследването – разглеждането на различни възможности, описването (включително създаването на снимки).

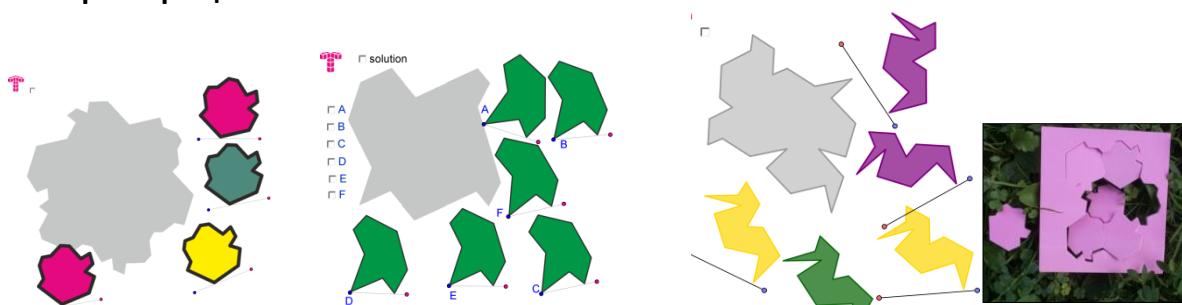


<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23012.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d23012.ggb>



## 16. Паркетиращи плочки



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23003.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d23003.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23004.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d23004.ggb>

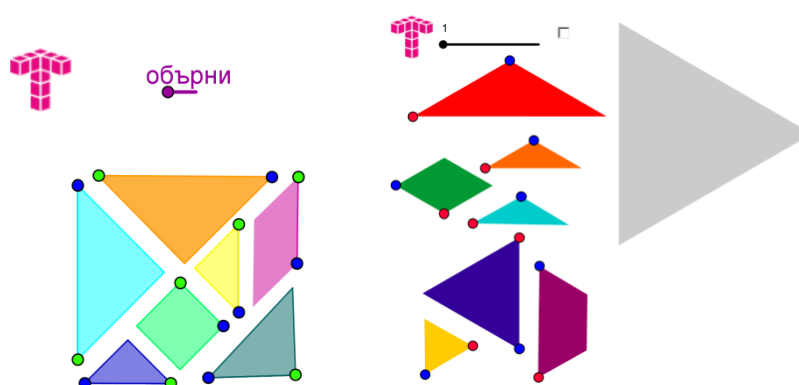
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23005.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23007.html>

Паркетирането на равнината с предложените плочки е въведение към темата за паркетиране на равнината, към която може учениците да се връщат през цялото си обучение. Подходящо е да се свърже с творчеството на Ешер, както и със самостоятелното създаване на паркетиращи плочки (на различни равнища и с различни средства). Повече може да намерите в [3], [12].

## 17. Танграм и Тонграм

Конструирването на предварително дадени фигури или самостоятелно създадени с плочките на Танграм осигуряват натрупвания по темата Лице на фигури, осигуряват разбирането за запазването на лицето, формират се умения за преобразуване на фигура до друга по предварително дадени условия. Играта с плочките на Танграм и на Тонграм съдействат за развитие на пространствената интелигентност. За учениците представлява интерес и описанието на самите плочки. Могат да се задават и допълнителни условия като за симетричност на фигурата.



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23001.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d23001.ggb>

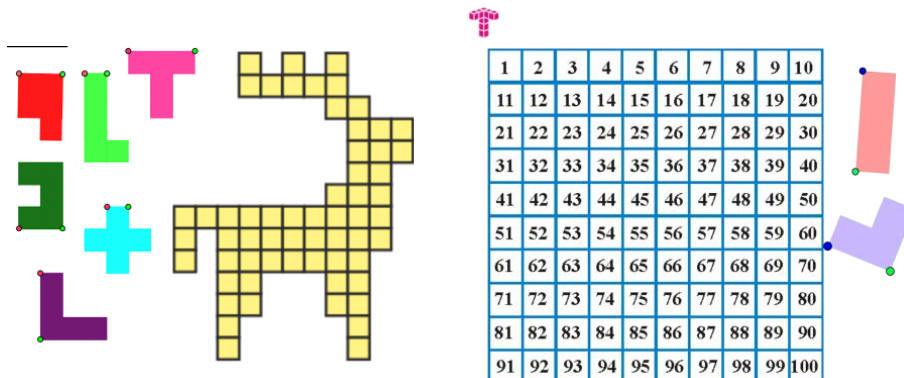
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23002.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d23002.ggb>

## 18. Полиомина

Долу са представени две задачи от многото възможности за изследвания с полиомина:

- конструиране на фигура с пентамина
- поставяне на тримина върху числова таблица с условие за покриване на равен сбор.



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23011.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d23011.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23074.html>

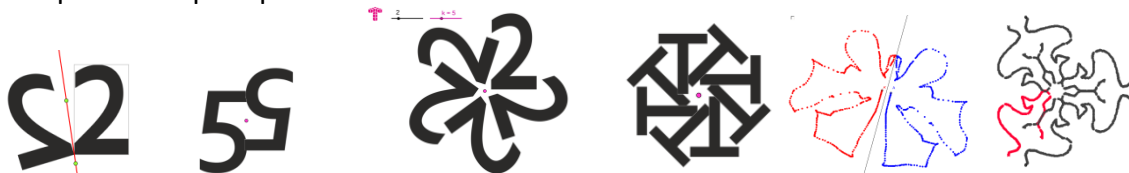
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d23074.ggb>

Идеи за изследвания с полиомина можете да намерите в [10].

## 19. Изследователски игри с еднаквости

По сегашната учебна програма еднаквостите се изучават в 8. клас на българското училище. В предходни периоди това е ставало в 6. клас. Еднаквостите обаче се използват много по-рано на интуитивно равнище, включително и за обосновка на математически твърдения в пропедевтичния курс.

Долу са предложени изследванията на (и с) буквите и цифрите, в контекста на геометричните преобразования.



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d20041.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d20042.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d20044.html>

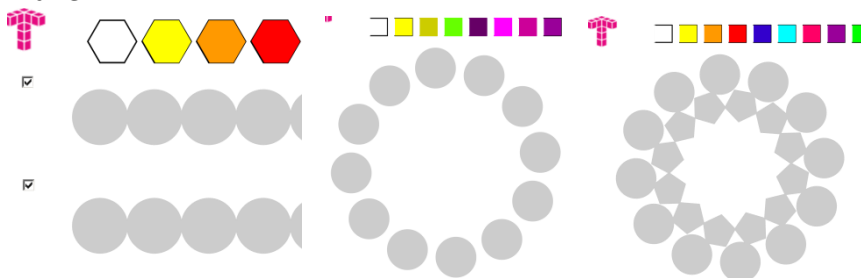
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d20054.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25002.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d25003.html>

## 20. Разкриване на закономерности с:

- оцветяване

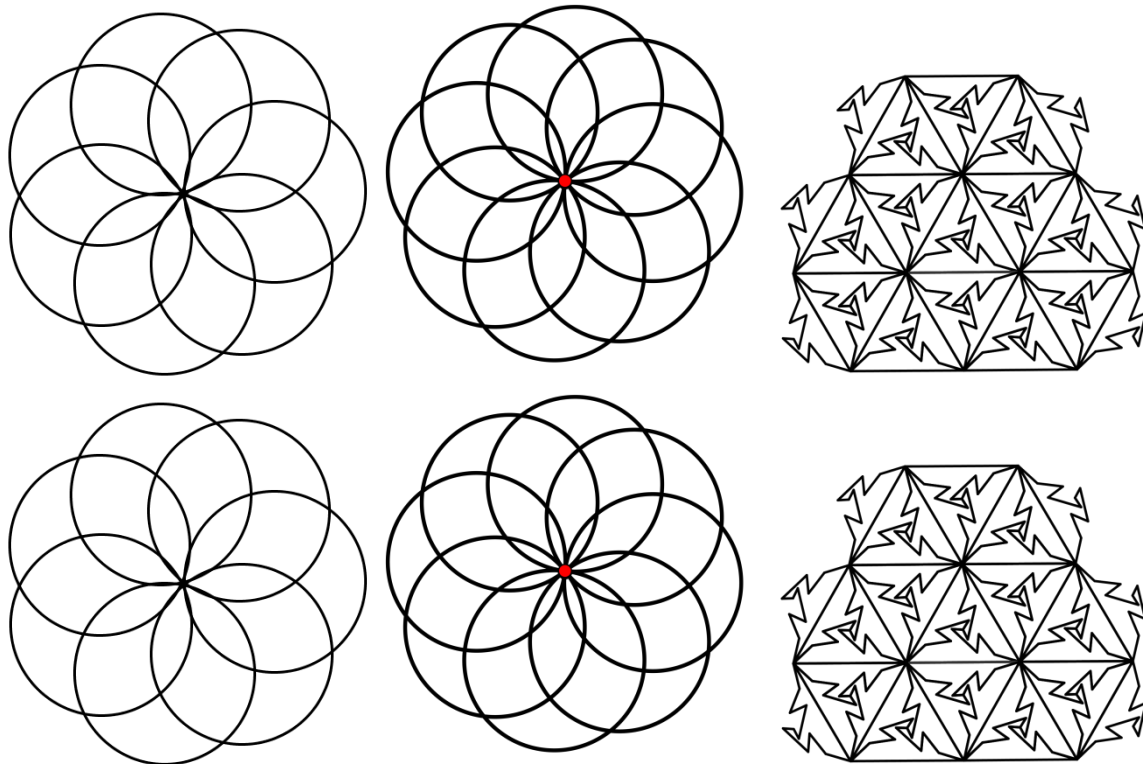


<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d10001.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d10006.html>

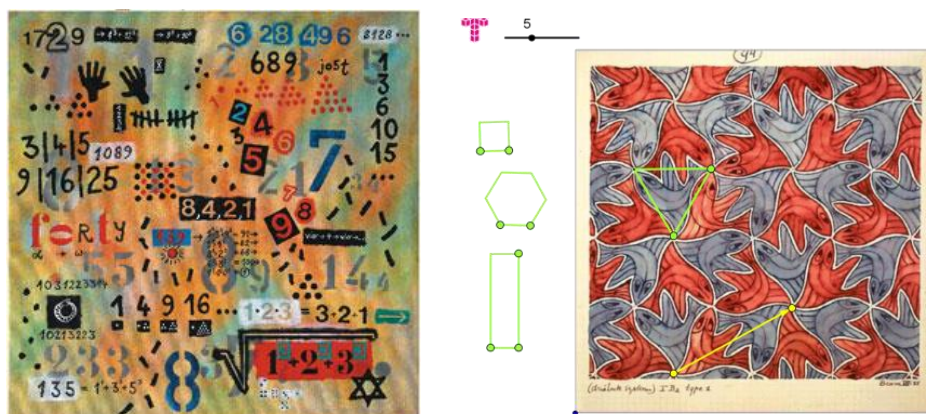
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d10014.html>

оцвети по два начина



- числови поредици (редици)
- поредици (редици) от фигури

- в картини.



<http://mathematik-kalender.uni-bayreuth.de/>

## 21. Стратегия за победа

Открийте стратегия за победа в играта на адрес:

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d24003.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d24003.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d24004.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d24004.ggb>

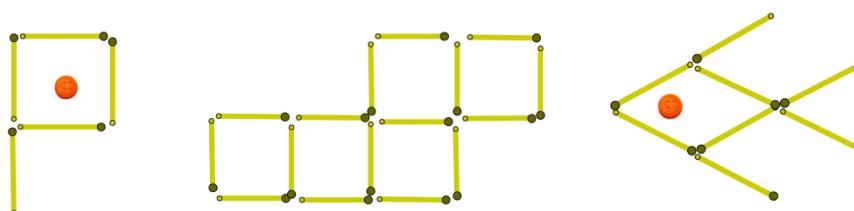


Всеки от играчите поставя върху масата последователно по един кръг. Победител е играчът, който последен постави кръг.

Изследвай за стратегия за победа. Предложи твой модел за маса, при която може да се използва откритата стратегия. Предложи модел за маса, при която не може да се използва откритата стратегия.

## 22. Задачи и игри с кибритени клечки

- с фигури



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23023.html>

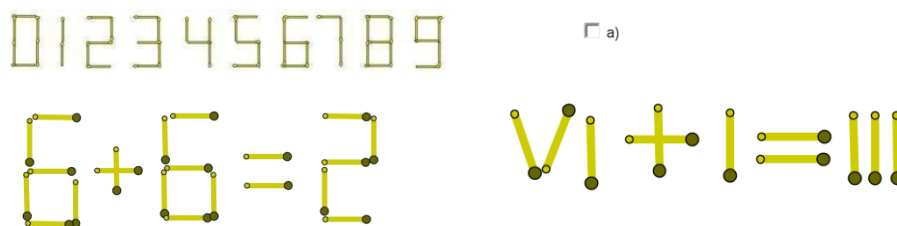
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d23023.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23041.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/ggb/d23041.ggb>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23028.html>

- с числа и аритметични действия



<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23052.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d23069.html>

Опитът показва, че решаването на тези задачи е полезно за преодоляване на проблема с пълнотата на решението на задача. Експериментирането и търсенето на различни възможности е съществена част от изследователския процес. Наличието на материални средства (кибритени клечки), а вече и на виртуални такива, подпомага изследванията.

Важно е да се постави акцент на аксиоматиката. За целта може да се варира с някои от условията (аксиомите) и проследи разликата в отговора.

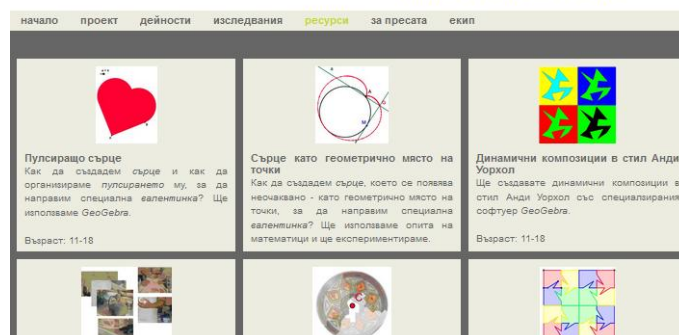
### 23. Състезание Математика с компютър



Повече можеш да научиш на адрес <http://vivacognita.org/>.

### 24. Математика за дизайнери: Да си направим снежинки

Решаването на реални задачи, включително и на „задачи от деня“, мотивира учениците. Свързването на образованието с професионалната сфера прави изучаването на математиката по-смислено за тях и ги насочва за кариера в съответните области. Ресурси с разработки в тази посока може да намерите на българския сайт на проект MaSciL:



<http://www.math.bas.bg/omi/mascil/resources.html>

- Нарисувай две снежинки.
- Изброй няколко средства (начина) за представяне на снежинка.
- Направи хипотеза има ли нещо общо между снежинките.
- Потърси в интернет резултати от изследвания на снежинките. Запиши свойства, които са важни за геометричното представяне на снежинката.
- Направи модели на снежинка.

Помощ:

- чрез рязане на хартия (прецени как да сгънеш квадрата (кръга))
  - с пръчици (прецени как да свързваш пръчиците)
  - с модули: правоъгълни, триъгълни (предложи свой модул)
  - с компютър
  - с етюд, сценка, танц или други форми на изкуството (самостоятелно или в екип)
- При необходимост може да ползваш модели от *Виртуалния училищен кабинет по математика*:

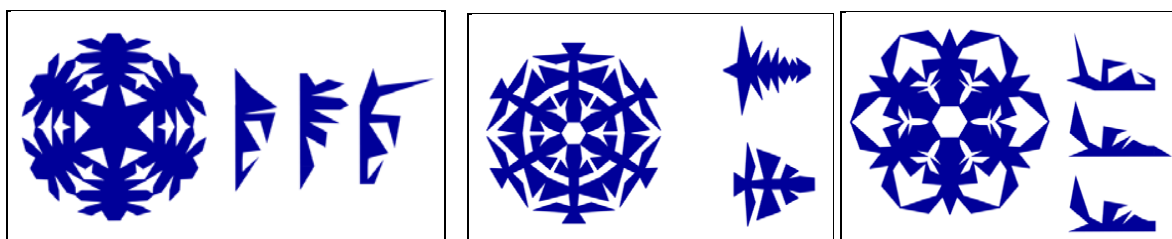
<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22051.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/content/bg/html/d22054.html>

<http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/index.php?appletid=22>

6. Направи новогодишна картичка или украса с използване на снежинки.

7. При кое от разрязванията на прегъната хартия ще се получи снежинката?



8. Състави задача със снежинка.

9. Потърси отговори на въпросите: Защо е шесткратна симетрията? От какво зависи как ще се „развие“ снежинката? Как звучи снежинката? Как да направим снимка на снежинка?

Основната цел на редица европейски проекти **InnoMathEd**, **Fibonacci**, **DynaMat**, **Math2Earth**, **MaSciL**, **Scientix2**, **KeyCoMath** е да се разработят и внедрят иновативни дидактически концепции и педагогически стратегии, почиващи на използване на технологиите, за съществено подобряване на учебния процес в европейските страни [7].

<http://keycomath.eu/>

<http://www.scientix.eu/>

Новите образователни технологии почиват на информационните технологии, но не се свеждат само до тях. Те трябва да осигурят сериозен мост, за да може процесът на обучение и образование да излезе от училище, защото училището е само една част от дома на образованието.

## ЛИТЕРАТУРА

1. <http://www.math.bas.bg/omi/cabinet/>
2. GeoGebra, <http://www.geogebra.org/cms/>
3. <http://www.mascil-project.eu/>
4. <http://www.scientix.eu/web/guest/projects>
5. <http://keycomath.eu/>
6. <http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/archive.htm>
7. Кендеров, П. Иновации в математическото образование: европейските проекти *InnoMathEd* и *Fibonacci*. 39 Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2010.
8. Bapstist, Peter and Dagmar Raab (eds.): *Implementing Inquiry in Mathematics Education*, Bayreuth 2012.
9. Чехларова, Т. Геометрични фигури – изследвания с динамични конструкции. Макрос. 2012. ISBN 978-954-561-279-4 [http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/book-geom\\_figuri.pdf](http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/book-geom_figuri.pdf)
10. Чехларова, Т. Математически изследвания с динамични конструкции в началното училище. Макрос. 2013. ISBN 978-954-561-309-8  
<http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/archive.htm>
11. Баптист, П., К. Милер, Д. Рааб. Към нов подход към математическото образование. [http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/SINUS\\_Bg-ver4.pdf](http://www.math.bas.bg/omi/Fibonacci/docs/SINUS_Bg-ver4.pdf)
12. Чехларова, Т., Е. Сендова. Динамично паркетирание. сп. Математика и информатика, бр.6, 2011. С. 5-17,
13. Чехларова, Т. Зад кулисите сп. Математика, бр. 1. 2012.
14. Chehlarova, T., E. Sendova. Enhancing the inquiry-based learning via reformulating classical problems and dynamic software. Киев: НПУ "М.П.Драгоманов", бр.8, серия 3, 2011.
15. Чехларова, Т., Е. Сендова. Практически задачи и упражнения по информационни технологии. Развий въображението си с развивки. Анубис. 2010.
16. Изследователски подход в образованието по математика. ред. П. Кендеров, Е. Сендова, Регалия 6, С., 2013.
17. Чехларова, Т. Педагогически средства за математическото образование. В: Педагогически форум. Тракийски университет, ДИПКУ, Стара Загора, бр.1. 2013. с. 104-112 ISSN 1314-7986
18. Чехларова, Т., Е. Сендова. Математическият пърформанс – социална игра или образователна технология. 42 ПК на СМБ, С., 2013. с. 159-166 ISSN 1313-3330
19. Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. Европейският проект MASCIL – математика и природни науки за цял живот! 42. Пролетна математическа конференция на СМБ, С., 2013.
20. Кендеров, П., Е. Сендова, Т. Чехларова. Развиване на ключови компетентности чрез образованието по математика: Европейският проект *KeyCoMath* 43. ПК на СМБ, С., 2014. с.99-105 ISSN 1313-3330
21. Chehlarova, T., G. Gachev, P. Kenderov, E. Sendova. A Virtual School Mathematics Laboratory. V-та *Национална конференция по електронно обучение*. Русе, 16-17. 06.2014
22. Sendova, E., T. Chehlarova. Enriching the mathematics resources of the Scientix2 repository: a Bulgarian approach to the many levels of the inquiry based learning. 29-31.03.2014, Thessalonica, GREECE, The 6<sup>th</sup> International Mathematical
23. Чехларова, Т. Задачи с часовник за развитие на пространствената интелигентност. сп. Начално образование, бр.2, 2009, с.8–22, ISSN 0204-4951
24. Чехларова, Т. Преброяване на правоъгълници. сп. Начално образование, бр.4, 2009, с.31–36, ISSN 0204-4951
25. Чехларова, Т. Закономерности /за деца от 6 до 8 години/. Макрос, Пловдив, 2003. Чехларова, Т. Задачи и игри с кибритени клечки. Макрос 2000, Пловдив, 2005.
26. Чехларова, Т. Числови редици и редици от фигури за началното училище. Макрос, Пловдив, 2002.